中学校数学科

第３学年

５　図形と相似

［知識・技能の習得を図る問題］

［解答例］

中学校

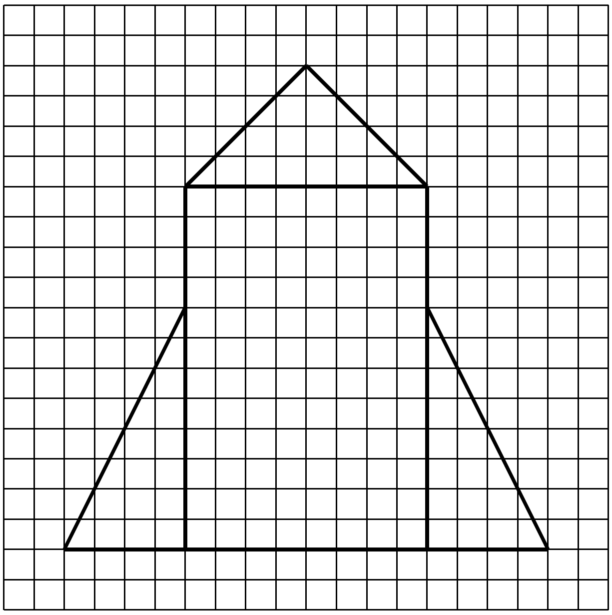
年　　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

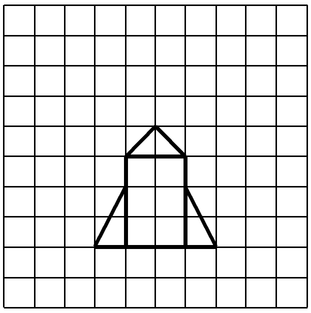
■練習問題①

1

図形Ａの２倍の拡大図



図形Ａの $\frac{1}{2}$ の縮図



【ポイント】
図形Ａに対して，各線分の長さがすべて２倍，$\frac{1}{2}$倍になるようにかくことが必要だね。

2

(1)
$2 : x = 4 : 12$
$4x = 24$
$x = 6$

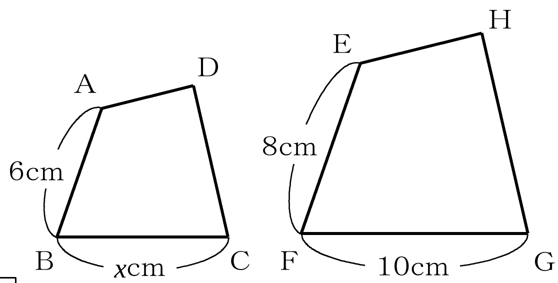
(2)
$6 : 5 = 4 : x$
$6x = 20$
$x = \frac{10}{3}$

【ポイント】
比例式の性質 $a : b = c : d$ ならば，$ad = bc$ を使って求めることができるね。

3

(1)　３ : ４

【ポイント】
ABとEFは，対応する辺で，
AB : EF＝６ : ８＝３ : ４
よって，相似比は３ : ４だね。



(2)　$\frac{15}{2}$ (cm)
（7.5 (cm)）

【ポイント】
BC＝ x cmとすると，
$x : 10 = 3 : 4$
$4x = 30$
$x = \frac{15}{2}$ (cm)となるね。

■知識・技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

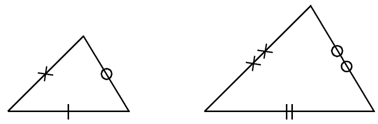
■練習問題②

1

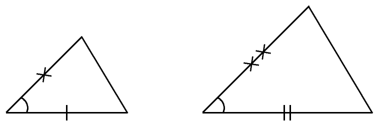
●三角形の相似条件●

２つの三角形は，次の各場合に相似である。

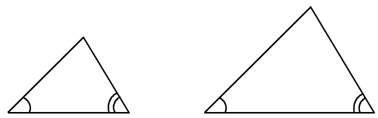
① **３組の辺の比** が，すべて等しいとき



② **２組の辺の比とその間の角** が，それぞれ等しいとき



③ **２組の角** が，それぞれ等しいとき



2

(1)

図１	△ABC∽△AED	２組の角が，それぞれ等しい。
図２	△ABC∽△DAC	２組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

【ポイント】
図１では，∠ACB＝∠ADE＝65°，
共通な角で，∠BAC＝∠EAD
がいえるね。
図２では，BC：AC＝12：6＝2：1，
　　　　AC：DC＝6：3＝2：1
共通な角で，∠ACB＝∠DCA
がいえるね。

図１

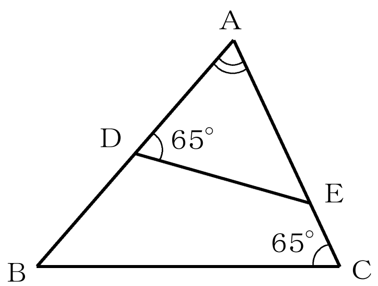
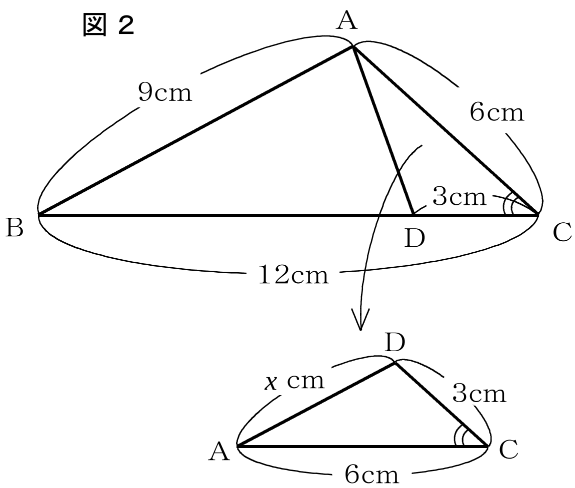


図２



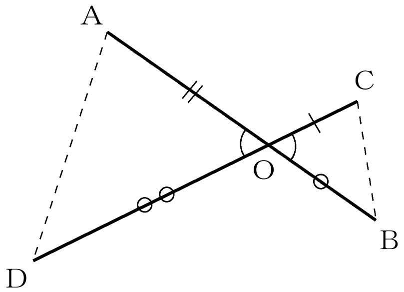
(2) $\frac{9}{2}$ (cm)
(4.5 (cm))

【ポイント】
AD＝x cmとすると，
△ABC∽△DACより，
$9 : x = 2 : 1$
$2x = 9$
$x = \frac{9}{2}$ (cm)
となるね。

■知識・技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題③

1



証明　△AODと△COBで，

AO：$\boxed{\text{CO}}$ ＝ ６：３ ＝ $\boxed{2}$ ： $\boxed{1}$

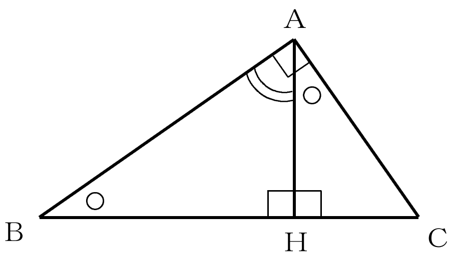
DO：$\boxed{\text{BO}}$ ＝ ８：４ ＝ $\boxed{2}$ ： $\boxed{1}$

よって，AO：CO＝DO：BO ……………………①

$\boxed{\text{対頂角}}$ は等しいから，∠AOD＝ $\boxed{\angle\text{COB}}$ ……②

①，②から，$\boxed{\text{２組の辺の比とその間の角}}$ がそれぞれ等しいので，△AOD∽△COBである。

2



証明　△HBAと△HACで，

AH⊥BCだから，∠BHA＝ $\boxed{\angle\text{AHC}}$ ……………①

△HBAで，∠ABH ＋ ∠BAH ＝ $\boxed{90}$ °…………②

また，∠BAC＝90°だから，

∠CAH ＋ ∠BAH ＝ $\boxed{90}$ °…………③

②，③から，$\boxed{\angle\text{ABH}}$ ＝ $\boxed{\angle\text{CAH}}$ ……………④

①，④から，$\boxed{\text{２組の角}}$ がそれぞれ等しいので，

△HBA∽△HACである。

【ポイント】
②と③は，④を導くための根拠となるものだね。
ここでは，
「$a + c = b + c$ ならば，$a = b$ である。」という数量についての基本的な性質が使われているね。

■知識・技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

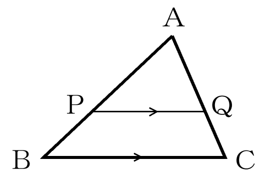
■練習問題④

●平行線と線分の比●

△ABCで，辺AB，AC上に，それぞれ，点P，Qがあるとき，

① PQ // BCならば，AP：AB＝AQ：AC＝PQ：BC

② PQ // BCならば，AP：PB＝AQ：QC



1　(1)　$x=4$ (cm)，$y=\dfrac{15}{2}$ (cm) $\left(7.5\text{ (cm)}\right)$

(2)　$x=10$ (cm)，$y=18$ (cm)

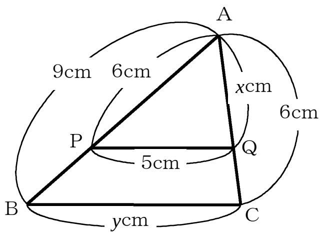
【ポイント】
上の**平行線と線分の比**の性質を使って，次のように求められるね。

(1)　AP：AB＝6：9＝2：3だから，

$x:6=2:3$　　$5:y=2:3$

$3x=12$　　$2y=15$

$x=4$　　$y=\dfrac{15}{2}$



(2)　AP：PB＝12：8＝3：2

よって，$15:x=3:2$

$3x=30$

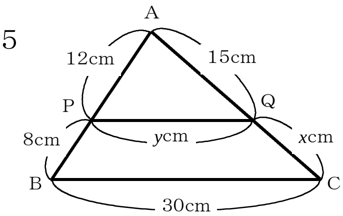
$x=10$

AP：AB＝12：20＝3：5

よって，$3:5=y:30$

$5y=90$

$y=18$



2　$x=4$ (cm)，$y=\dfrac{27}{2}$ (cm) $\left(13.5\text{ (cm)}\right)$

【ポイント】
右の性質を使って，次のように求められるね。

$x:8=5:10$

$x:8=1:2$

$2x=8$

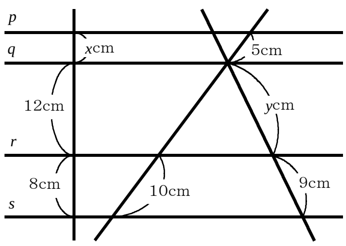
$x=4$

$y:9=12:8$

$y:9=3:2$

$2y=27$

$y=\dfrac{27}{2}$

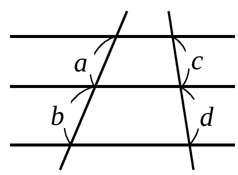


p，q，rが平行のとき，

$a:b=c:d$，

$a:c=b:d$

が成り立つ。



3　MN // $\boxed{\text{BC}}$，MN＝$\boxed{\dfrac{1}{2}\text{BC}}$

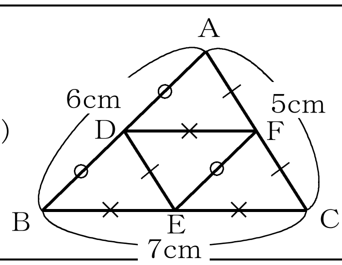
4　9 cm

【ポイント】
中点連結定理より，$\text{DE}=\dfrac{1}{2}\times5=2.5$ (cm)

$\text{EF}=\dfrac{1}{2}\times6=3$ (cm)，$\text{DF}=\dfrac{1}{2}\times7=3.5$ (cm)

よって，△DEFの周の長さは，

$2.5+3+3.5=9$ (cm) となるね。



■知識・技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

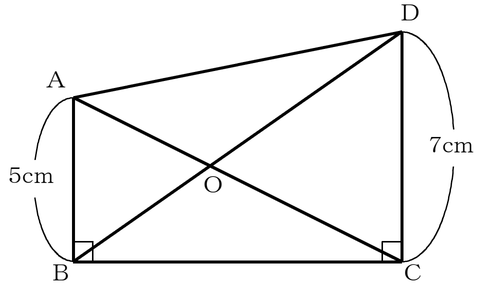
■練習問題⑤

●相似な図形の面積の比●

相似な図形で，相似比が $m:n$ ならば，面積の比は $m^2:n^2$ である。

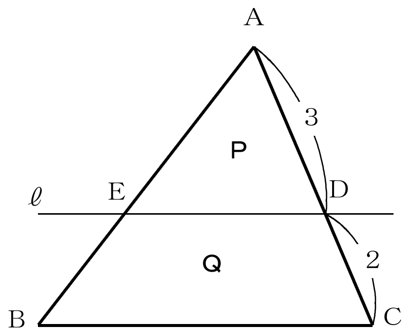
1　25：49

【ポイント】
∠ABC＝∠DCA＝90°より，AB // DCだから，
△AOB∽△CODとなるね。
相似比が5：7だから，面積の比は$5^2:7^2$
つまり，25：49になるね。



2　P　27 cm^2，Q　48 cm^2

【ポイント】
ABとℓの交点をEとすると，ℓ // BCより，
△AED∽△ABCとなるね。
AD：DC＝3：2より，AD：AC＝3：5 だから，
△AEDと△ABCの面積の比は，9：25になるね。
P(△AED)の面積を x cm^2とすると，x：75＝9：25
より x＝27となるので，Pの面積は27 cm^2 となるね。
75－27＝48 だから，Qの面積は48 cm^2 となるね。

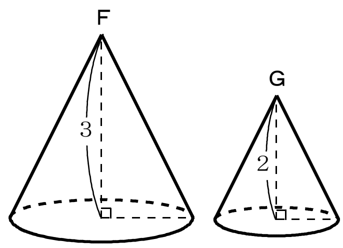


●相似な立体の表面積の比と体積の比●

相似な立体で，相似比が $m:n$ ならば，表面積の比は $m^2:n^2$，体積の比は $m^3:n^3$である。

3　(1)　3：2

【ポイント】
FとGは相似な立体だから，底面の半径の比も3：2となるね。円周の長さは，2π×(半径)だから，底面の周の長さの比は，底面の半径の比に等しく3：2となるね。



(2)　56 cm^2

ポイント】
FとGの表面積の比は，$3^2:2^2$ ＝ 9：4 だから，
Gの表面積を x cm^2とすると，126：x＝9：4 より，
x＝56となるので，Gの表面積は56 cm^2 となるね。

(3)　135 cm^3

ポイント】
FとGの体積の比は，$3^3:2^3$ ＝ 27：8だから，
Fの体積を y cm^3とすると，y：40＝27：8 より，
x＝135 となるので，Fの体積は135 cm^3 となるね。